3. Fiche de synthèse sur le nombre dérivé

Définition du nombre dérivé de la fonction f en a :

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = l$$

Équation de la tangente à C_f en a :

$$T_a : y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

4. Énoncés des exercices

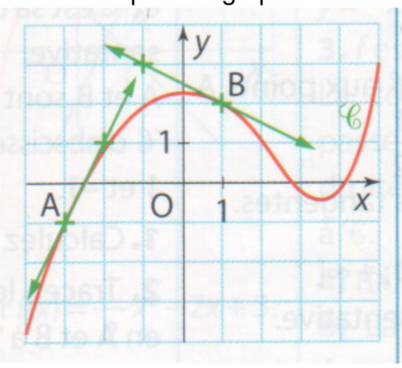
Exercice 7.1 Utiliser la définition 1 pour prouver l'existence du nombre dérivé au point a de la fonction f indiquée, puis calculez sa valeur.

1) $f(x) = \frac{1}{x}$ en $a = -1$.

2) $f(x) = x^2 - 5x + 3$ en $a = 2$.

3) $f(x) = x^3 - 3x$ en a un nombre donné quelconque.

Exercice 7.2 La courbe ci-dessous est celle d'une fonction f.
Utilisez le quadrillage pour donner le nombre dérivé associé à la tangente en A et en B.



Exercice 7.3 La courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f passe par le point $A(2;3)$.
La tangente à la courbe en A passe par le point $B(4;-1)$.
Calculez $f'(2)$.

Exercice 7.4 $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f. On donne :
$f(0) = 2$; $f(4) = 5$; $f(7) = 3$; $f(10) = 5$; $f'(0) = 1$; $f'(4) = 0$; $f'(7) = 0$; $f'(10) = 2$.

1.a) Placez les points A, B, C, D d'abscisses respectives 0 ; 4 ; 7 ; 10.

1.b) Tracez les tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ en ces points.

2) Dessinez une allure possible de $\mathscr{C}$ dans l'intervalle [0 ;10].

Exercice 7.5 f est la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.
$\mathscr{C}$ est sa courbe représentative.

1.a) Calculez $f'(1)$ et $f'(-\frac{1}{2})$, à l'aide de la définition du nombre dérivé .

1.b) Tracez la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ aux points A et B d'abscisses respectives 1 et $-\frac{1}{2}$.

2) Déterminez une équation de ces tangentes.

<u>Exercice</u> 7.6 f est la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x}$.
$\mathscr{C}$ est sa courbe représentative.

1.a) Pour étudier la limite du taux de variation comme dans les exercices 1 à 3, multiplier le numérateur et le dénominateur du taux de variation

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\frac{\sqrt{a+h}-\sqrt{a}}{h}$$

par $\left(\sqrt{a+h}+\sqrt{a}\right)$, qui s'appelle "la quantité conjuguée" de $\sqrt{a+h}-\sqrt{a}$.
Utiliser ensuite le produit remarquable "$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$.
Finalement, calculer $f'(1)$ et $f'(4)$.

1.b) Tracer la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ aux points A et B d'abscisses respectives 1 et 4.

2) Déterminer une équation de ces tangentes.

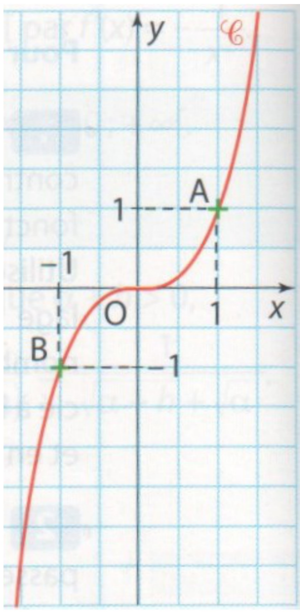
<u>Exercice</u> 7.7 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3$.
$\mathscr{C}$ est sa courbe représentative.
A et B sont des points de $\mathscr{C}$ d'abscisses respectives 1 et -1.

1) Calculez $f'(1)$ et $f'(-1)$.

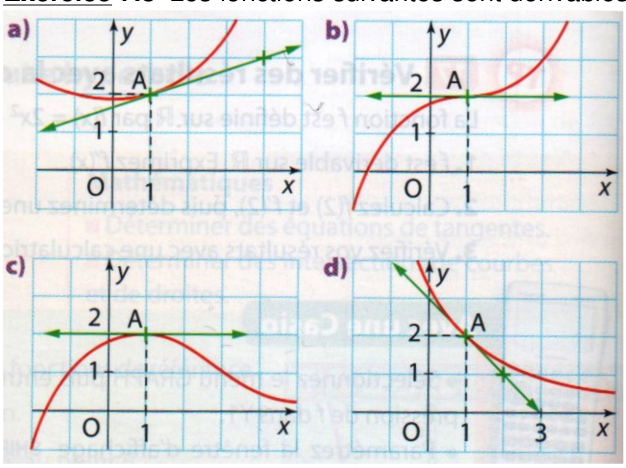
2) Tracez les tangentes en A et B à $\mathscr{C}$.

3.a) Quelle conjecture faites-vous concernant ces tangentes ?

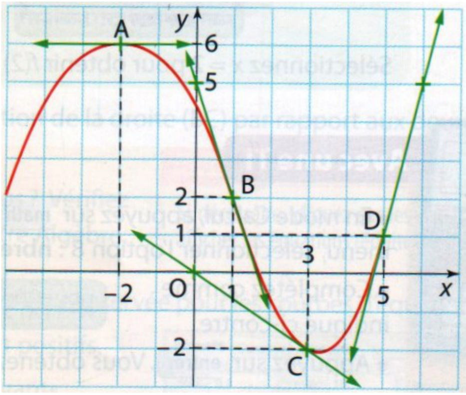
3.b) Prouvez-le.



<u>Exercice</u> 7.8 Les fonctions suivantes sont dérivables en $x=1$. Lire $f'(1)$.



<u>Exercice</u> 7.9 La fonction suivante est dérivable sur son domaine de définition. Par lecture graphique, donner la pente de chacune des tangentes tracées, puis donner une équation de chacune de ces tangentes.



Exercice 7.10 f est une fonction et a un nombre donné. f est dérivable en a. Déterminez une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a :
1°) $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$ et $a = -2$
2°) $f(x) = \frac{1}{2}(-7x + 5 + x^2)$ et $a = 5$
3°) $f(x) = \sqrt{x}$ et $a = 9$
4°) $f(x) = x^3$ et $a = 2$